

Limites de fonctions usuelles

Limite infinie d'une fonction à l'infini

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty \text{ et plus généralement, } \lim_{x \rightarrow +\infty} x^n = +\infty, \forall n \in \mathbb{N}^*, \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty \text{ et plus généralement, } \lim_{x \rightarrow -\infty} x^n = \begin{cases} +\infty & \text{si } n \text{ est pair} \\ -\infty & \text{si } n \text{ est impair} \end{cases}$$

Limite finie d'une fonction à l'infini

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0, \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2} = 0 \text{ et plus généralement, } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^n} = 0, \forall n \in \mathbb{N}^*, \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0, \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} = 0 \text{ et plus généralement, } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^n} = 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Limites de fonctions usuelles en un réel

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty, \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^n} = +\infty, \forall n \in \mathbb{N}^*, \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty, \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^2} = +\infty, \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^n} = \begin{cases} +\infty & \text{si } n \text{ est pair} \\ -\infty & \text{si } n \text{ est impair} \end{cases}, n \in \mathbb{N}^*$$

Opérations sur les limites

Dans les tableaux qui suivent, les limites des fonctions f et g sont prises soit en $-\infty$, soit en $+\infty$, soit en un réel a . l et l' sont des nombres réels.

Lorsqu'il n'y a pas de conclusion en général, on dit alors qu'il y a un cas de forme indéterminée.

Limite d'une somme

| | | | | | | |
|---------------------------|--------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Si f a pour limite | l | l | l | $+\infty$ | $-\infty$ | $+\infty$ |
| Si g a pour limite | l' | $+\infty$ | $-\infty$ | $+\infty$ | $-\infty$ | $-\infty$ |
| Alors $f+g$ a pour limite | $l+l'$ | $+\infty$ | $-\infty$ | $+\infty$ | $-\infty$ | FI |

Limite d'un produit

| | | | | | | | | | |
|----------------------------------|---------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|----------------------------|
| Si f a pour limite | l | $l > 0$ | $l > 0$ | $l < 0$ | $l < 0$ | $+\infty$ | $+\infty$ | $-\infty$ | 0 |
| Si g a pour limite | l' | $+\infty$ | $-\infty$ | $+\infty$ | $-\infty$ | $+\infty$ | $-\infty$ | $-\infty$ | $(+\infty)$ ou $(-\infty)$ |
| Alors $f \times g$ a pour limite | $l \times l'$ | $+\infty$ | $-\infty$ | $-\infty$ | $+\infty$ | $+\infty$ | $-\infty$ | $+\infty$ | FI |

Limite d'un quotient $\frac{f}{g}$ dans le cas où la limite de g n'est pas nulle

| | | | | | | | |
|-----------------------------------|----------------|----------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|----------------------------|
| Si f a pour limite | l | l | $+\infty$ | $+\infty$ | $-\infty$ | $-\infty$ | $(+\infty)$ ou $(-\infty)$ |
| Si g a pour limite | $l' \neq 0$ | $(+\infty)$ ou $(-\infty)$ | $l' > 0$ | $l' < 0$ | $l' > 0$ | $l' < 0$ | $(+\infty)$ ou $(-\infty)$ |
| Alors $\frac{f}{g}$ a pour limite | $\frac{l}{l'}$ | 0 | $+\infty$ | $-\infty$ | $-\infty$ | $+\infty$ | FI |

Limite d'un quotient $\frac{f}{g}$ dans le cas où la limite de g est nulle

| | | | | | |
|-----------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-----|
| Si f a pour limite | $(l > 0)$ ou $(+\infty)$ | $(l > 0)$ ou $(+\infty)$ | $(l < 0)$ ou $(-\infty)$ | $(l < 0)$ ou $(-\infty)$ | 0 |
| Si g a pour limite | 0 restant positive | 0 restant négative | 0 restant positive | 0 restant négative | 0 |
| Alors $\frac{f}{g}$ a pour limite | $+\infty$ | $-\infty$ | $-\infty$ | $+\infty$ | FI |